

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.11 Математический анализ**

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль)

01.03.04 Прикладная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

д.ф.-м.н., профессор, Антипова И.А.; к.ф.-м.н., доцент, Федотова И.М.

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

ознакомление студента с фундаментальными методами исследования переменных величин, основными положениями дифференциального и интегрального исчисления, основными положениями теории числовых и функциональных рядов

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

- 1) изучить теорию пределов и непрерывности,
- 2) изучить методы дифференциального исчисления функции одной переменной,
- 3) изучить методы интегрального исчисления функции одной переменной;
- 4) изучить основные положения теории числовых и функциональных рядов

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике</b>	
ОПК-1.1: Знать математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач	Знать основные положения теории пределов и непрерывных функций. Знать основы дифференциального и интегрального исчислений, основы теории рядов. Уметь применять методы дифференциального исчисления к исследованию функций. Уметь исследовать на сходящуюся числовые и функциональные ряды. Владеть методами интегрирования функций одной переменной.
ОПК-1.2: Уметь применять знания фундаментальной математики, естественнонаучных дисциплин для анализа и обработки результатов при решении профессиональных задач;	Знать геометрические и физические приложения определенного интеграла. Уметь применять методы теории пределов, дифференциального и интегрального исчислений, теории рядов в задачах техники и естествознания. Владеть навыками применения дифференциального и интегрального исчислений к анализу и обработке результатов при решении профессиональных задач.

ОПК-1.3: Владеть навыками использования теоретических	Знать и понимать роль понятий непрерывности и дифференцируемости в задачах естествознания.
основ базовых разделов фундаментальной математики, естественнонаучных дисциплин при решении профессиональных задач;	Уметь применять методы суммирования рядов к решению профессиональных задач. Владеть навыками использования техники дифференциального и интегрального исчисления для решения задач естествознания.

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=1253>

<https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=1256>

<https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=2428>

<https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=33632>.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>5 (180)</b>		
занятия лекционного типа	2 (72)		
практические занятия	3 (108)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>4 (144)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Контактная работа, ак. час.							
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС		
<b>1. МНОЖЕСТВА И ФУНКЦИИ. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА</b>									
	1. Полная математическая индукция. Бином Ньютона			4					
	2. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков. Мощности множеств. Счетные множества. Несчетные множества.	2							
	3. Функции. Графики элементарных функций.			2					
	4. Множества. Функции. Элементарные функции. Расширенная числовая прямая. Окрестности	2							
	5. Верхняя и нижняя грани множеств.			2					
<b>2. ПРЕДЕЛ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ</b>									

1. Определение предела числовой последовательности. Единственность предела последовательности. Переход к пределу в равенствах и неравенствах. Ограниченность сходящихся последовательностей. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.	2							
2. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число $e$ .	2							
3. Принцип компактности. Частичные пределы последовательности. Критерий Коши.	2							
4. Предел числовой последовательности. Монотонные последовательности.			4					
5. Критерий Коши. Частичный предел.			4					
6. Предел числовой последовательности							4	
<b>3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ</b>								
1. Определение предела функции по Гейне. Непрерывность функции в точке. Определение предела функции по Коши. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва функции.	2							
2. Свойства пределов функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.	2							
3. Критерий Коши существования предела функции. Некоторые замечательные пределы. $O$ -символика.	2							
4. Определение предела функции.			2					
5. Вычисление пределов. Некоторые замечательные пределы.			2					

6. Непрерывность. Классификация точек разрыва.			2					
7. Сравнение функций. O-символика			2					
8. Предел функции							16	
<b>4. ГЛОБАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ</b>								
1. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях, теорема Больцано-Коши о промежуточном значении. Обратные функции. Равномерная непрерывность.	2							
2. Контрольная работа по теме «Математическая индукция. Теория пределов и непрерывных функций».			2					
<b>5. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ</b>								
1. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Физический смысл производной и дифференциала.	2							
2. Свойства производных, связанные с арифметическими операциями над функциями. Производная обратной функции. Производная и дифференциал слож-ной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.	2							
3. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.	2							
4. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о средних значениях.	2							
5. Производная и дифференциал.			2					
6. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявной функции.			4					
7. Производные и дифференциалы высших порядков.			2					



8. Геометрический смысл производной и дифференциала. Приближенные вычисления.			2					
9. Производная и дифференциал							10	
<b>6. ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА</b>								
1. Формула Тейлора для многочлена. Разложение Тейлора произвольной функции. Остаточный член в форме Пеано.	2							
2. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Другие формы остаточного члена.	2							
3. Формула Тейлора.			4					
4. Применение формулы Тейлора к вычислению пределов.			2					
<b>7. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ</b>								
1. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.	2							
2. Исследование функций. Признак монотонности функции. Локальные экстремумы функции.	2							
3. Выпуклость и точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков.	2							
4. Правило Лопиталья.			2					
5. Монотонность функции. Построение графиков.			2					
6. Выпуклость и вогнутость. Построение графиков.			2					
7. Асимптоты. Построение графиков.			2					
8. Построение графиков.			2					
9. Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».			2					
10. Применение дифференциального исчисления							24	
<b>8. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ</b>								

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Табличные интегралы. Формула замены переменной. Формула интегрирования по частям.	2							
2. Интегрирование рациональных функций.	2							
3. Интегрирование некоторых иррациональностей.	2							
4. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.	2							
5. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям			2					
6. Интегрирование рациональных функций.			2					
7. Интегрирование иррациональных функций.			2					
8. Интегрирование тригонометрических функций			2					
9. Интегрирование трансцендентных функций.			2					
10. Интегрирование разных функций			4					
11. Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл».			2					
12. Неопределенный интеграл							30	
<b>9. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ</b>								
1. Определенный интеграл Римана. Верхние и нижние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости Дарбу.	2							
2. Свойства определенного интеграла. Интегральная теорема о среднем.	2							

3. Связь между определенным и неопределенным интегралами. Дифференцирование определенного интеграла по верхнему пределу. Существование первообразной. Основная теорема интегрального исчисления. Формула замены переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям.	2							
4. Геометрические приложения определенного интеграла	2							
5. Физические приложения определенного интеграла	2							
6. Определение несобственных интегралов. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов.	2							
7. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.	2							
8. Определенный интеграл Римана.			2					
9. Свойства определенного интеграла.			2					
10. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.			2					
11. Формула интегрирования по частям. Замена переменной в определенном интеграле.			2					
12. Площадь фигуры. Объем тела			2					
13. Длина кривой.			2					
14. Физические приложения определенного интеграла.			2					
15. Несобственные интегралы.			2					

16. Признаки абсолютной сходимости. Специальный признак сходимости.			2					
17. Контрольная работа по теме «Определенный интеграл».			2					
18. Определенный интеграл							40	
<b>10. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ</b>								
1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.	2							
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Абсолютная сходимость ряда. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость ряда. Признак Лейбница.	2							
3. Сходимость ряда. Сумма ряда. Ряды с положительными членами. Признак сравнения.			2					
4. Ряды с положительными членами. Признак сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши.			2					
5. Признаки сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость ряда.			2					
6. Числовые ряды							13	
<b>11. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ</b>								
1. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы ряда.	2							
2. Аналитические функции. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.	2							

3. Область сходимости функционального ряда.			2					
4. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.			2					
5. Степенные ряды.			2					
6. Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Свойства суммы степенного ряда. Формула Коши Адамара. Вторая теорема Абеля.	2							
7. Контрольная работа по теме «Числовые и функциональные ряды».			2					
8. Функциональные ряды							7	
<b>12. МНОГОМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА</b>								
1. Окрестности точек. Различные типы множеств.	2							
2. Компакты. Многомерные пространства.	2							
3. Типы множеств в n-мерном пространстве.			2					
4. Функции n переменных. Понятие c-уровня.			2					
Всего	72		108				144	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Зорич В. А. Математический анализ: Ч. 1: учебник для студентов математических и физико-математических факультетов и специальностей вузов: в 2-х ч.(Москва: МЦНМО).
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник(Москва: Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ)).
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ: учеб. для бакалавров высш. учеб. заведений с углубленным изучением математического анализа и для специалистов механико-математических фак. ун-тов : рекомендовано УМО по клас. унив. образованию(М.: Юрайт).
4. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И., Кудрявцев Л. Д. Сборник задач по математическому анализу: Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие(Москва: Физматлит).
5. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: учеб. пособие(Санкт-Петербург: Лань).
6. Дуракова В. К., Кытманов А. М., Лазарева Н. Н., Осокина И. В. Задачи по математическому анализу: Методическая разработка № 4. Применение производных к исследованию функций: [сб. задач : в 4-х ч.] (Красноярск: СФУ).
7. Дуракова В. К., Кытманов А. М., Лазарева Н. Н., Осокина И. В. Задачи по математическому анализу: Методическая разработка № 1. Введение в анализ: [сб. задач : в 4-х ч.](Красноярск: СФУ).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Не требуется

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Наличие электронно-библиотечной системы (электронной библиотеки) и электронной информационно-образовательной среды СФУ, которые обеспечивают возможность индивидуального доступа для каждого обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет, как на территории СФУ, так и вне университета.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (MS Office, MathCad, MathLab и др.).